

符号表

记号	含义
普通字体, 例如 s	标量。
黑体小写, 例如 $\mathbf{v}$	向量, 不带转置符号的向量都是列向量。
黑体大写, 例如 $\mathbf{M}$	矩阵。
书法体大写, 例如 $\mathcal{T}$	子空间、算子或集合。
$\mathbb{R}, \bar{\mathbb{R}}, \mathbb{R}^+, \mathbb{Z}^+$	实数集、广义实数集 ($\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$)、非负实数集、非负整数集。
$[n]$	$\{1, 2, \dots, n\}$.
$\mathbb{E}X$	随机变量 (或者向量) X 的期望。
$\mathbb{1}[X]$	当 X 为真时为 1, 当 X 为假时为 0。
$\mathbf{I}, \mathbf{0}, \mathbf{1}$	单位矩阵、零矩阵或零向量、全 1 向量。
$\mathbf{e}_i$	第 i 个位置为 1 其他位置全为零的向量。
δ_{ij}	Kronecker 符号: $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{如果 } i \neq j, \\ 1, & \text{如果 } i = j. \end{cases}$
$\mathbf{x} \geq \mathbf{y}, \mathbf{X} \succcurlyeq \mathbf{Y}$	$\mathbf{x} - \mathbf{y}$ 是非负向量、 $\mathbf{X} - \mathbf{Y}$ 是半正定矩阵。
$f(N) = O(g(N))$	$\exists a > 0$, 对所有 $N \in \mathbb{Z}^+$, 有 $\frac{f(N)}{g(N)} \leq a$.
$f(N) = \tilde{O}(g(N))$	$\exists a > 0$, 对所有 $N \in \mathbb{Z}^+$, 有 $\frac{f(N)}{g(N)} \leq a$, 其中 $\tilde{f}(N)$ 是 $f(N)$ 省略 N 的对数多项式因子后的函数。
$f(N) = \Omega(g(N))$	$\exists a > 0$, 对于所有 $N \in \mathbb{Z}^+$, 有 $\frac{f(N)}{g(N)} \geq a$.
$f(N) = \Theta(g(N))$	$\exists b \geq a > 0$, 对所有 $N \in \mathbb{Z}^+$, 有 $a \leq \frac{f(N)}{g(N)} \leq b$.
x_i, X_{ij}	向量 $\mathbf{x}$ 的第 i 个坐标的值, 矩阵 $\mathbf{X}$ 第 (i, j) 个位置的值。
$\mathbf{x}^k$	迭代序列第 k 个向量。
$\nabla f(\mathbf{x}), \nabla_i f(\mathbf{x})$	f 在 $\mathbf{x}$ 点处的梯度、 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$.
$\mathbf{X}^\top, \text{Span}(\mathbf{X})$	$\mathbf{X}$ 的转置、 $\mathbf{X}$ 的列空间。

$\text{diag}(\mathbf{X})$	把矩阵 $\mathbf{X}$ 的对角元取出来构成的列向量。
$\text{Diag}(\mathbf{x})$	对角矩阵，其对角元素构成的向量为 $\mathbf{x}$ 。
$[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n]$	由向量 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ 按列拼成的矩阵。
$[\mathbf{a}_1^\top; \mathbf{a}_2^\top; \dots; \mathbf{a}_n^\top]$	由向量 $\mathbf{a}_1^\top, \mathbf{a}_2^\top, \dots, \mathbf{a}_n^\top$ 按行拼成的矩阵。
$ \mathcal{X} $	集合 $\mathcal{X}$ 中元素的个数。
$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$	向量内积， $\mathbf{x}^\top \mathbf{y}$ 。
$\langle \mathbf{A}, \mathbf{B} \rangle$	矩阵内积， $\text{tr}(\mathbf{A}^\top \mathbf{B})$ 。
$\ \mathbf{x}\ _{\mathbf{M}}$	$\sqrt{\mathbf{x}^\top \mathbf{M} \mathbf{x}}$ ，其中 $\mathbf{M} \succcurlyeq \mathbf{0}$ 。
$\ \cdot\ _2$	向量的 ℓ_2 范数或矩阵的谱范数。
$\ \cdot\ $	向量的 ℓ_2 范数或矩阵的 Frobenius 范数， $\ \mathbf{v}\ = \sqrt{\sum_i v_i^2}$ ， $\ \mathbf{X}\ = \sqrt{\sum_{i,j} X_{ij}^2}$ 。
	也用于表示任意范数。
$\ \cdot\ _*$	矩阵的核范数，即奇异值的和。
$\ \cdot\ _0$	ℓ_0 伪范数，即非零元个数。
$\ \cdot\ _1$	ℓ_1 范数， $\ \mathbf{x}\ _1 = \sum_i \mathbf{x}_i $ ， $\ \mathbf{X}\ _1 = \sum_{i,j} \mathbf{X}_{ij} $ 。
$\ \cdot\ ^*$	范数 $\ \cdot\ $ 的对偶范数。
$\text{conv}(\mathcal{X})$	集合 $\mathcal{X}$ 的凸包。
∂f	凸函数 f 的次微分或凹函数 f 的超微分， 以及一般函数的极限次微分。
f_*	$f(\mathbf{x})$ 在 $\text{dom} f$ 与约束中的最小值。
$f^*(\mathbf{x})$	$f(\mathbf{x})$ 的共轭函数。
$\text{Prox}_{\alpha f}(\cdot)$	f 在参数 α 下的邻近映射， $\text{Prox}_{\alpha f}(\mathbf{y}) = \arg\min_{\mathbf{x}} (\alpha f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \ \mathbf{x} - \mathbf{y}\ ^2)$ 。
$D_\phi(\mathbf{y}, \mathbf{x})$	$\mathbf{y}$ 和 $\mathbf{x}$ 之间的布莱格曼 (Bregman) 距离， 其中 ϕ 是凸函数，当 ϕ 可导时， $D_\phi(\mathbf{y}, \mathbf{x}) = \phi(\mathbf{y}) - \phi(\mathbf{x}) - \langle \nabla \phi(\mathbf{x}), \mathbf{y} - \mathbf{x} \rangle$ 。